А.А. Петков, В.Н. Аксенова

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УСПЕВАЕМОСТИ УЧАЩИХСЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Постановка проблемы. На современном этапе развития системы образования Украины основные усилия направлены на повышение качества обучения. Успешное решение этой задачи во многом зависит от внедрения в учебный процесс новых педагогических технологий. Для определения степени и направленности влияния нововведений на качество обучения необходимы соответствующие инструменты, позволяющие производить такую оценку.

Анализ публикаций. Одним из основных показателей качества обучения является успеваемость учащихся, которая имеет статистический характер. Анализ статистических данных требует использования соответствующего математического аппарата. Так, в [1, с. 79-81] в качестве инструмента анализа деятельности педагогических коллективов общеобразовательных школ по различным показателям, включая показатель успеваемости учащихся, использован статистический метод, основанный на нормальном распределении. В [2, с. 81-94] анализ успеваемости учебных групп профессионально-технических ученых заведений (ПТУЗ) проводился с помощью методики, использующей интегральную функцию вне зависимости от вида распределения результатов контроля. Приведенные там же фактографические материалы, позволяют предположить, что статистическое распределение успеваемости учащихся ПТУЗ отличается от нормального распределения, а это затрудняет использование методик, приведенных в [1] для оценки уровня успеваемости учащихся ПТУЗ. Игнорирование этого отличия может также исказить результаты анализа успеваемости органами управления образованием, что, в свою очередь, предопределяет возможность принятия неверных решений.

Целью настоящей работы является построение математических моделей, позволяющих производить анализ успеваемости учащихся ПТУЗ на региональном уровне.

Материалы и результаты исследований. В процессе построения моделей использовались материалы областных проверочных работ успеваемости учащихся I и II курсов ПТУЗ Харьковской области проведенных в течение трех лет: с 2001 г по 2003 г. Общее количество учащихся, результаты контроля знаний которых учтены в настоящем исследовании, составляет более 38 тыс. человек. Распределение количества данных по предметам и годам приведено в табл. 1.

Анализ данных проводился с использованием следующих статистических распределений: нормального, логарифмически нормального, Вейбулла и Пуассона. Выражения для интегральной и дифференциальной функции распределений приведены в табл. 2. Анализ данных состоял в проверке гипотезы о том, что исследуемые данные подчиняются некоторому распределению с известной интегральной функцией. Проверка осуществлялась с помощью критерия Колмогорова [4, с. 235-240] последовательно для всех приведенных выше распределений при уровне значимости α, являющегося вероятностью отвергнуть правильную гипотезу. Чем выше уровень значимости, тем при более жестких условиях подтверждается, что распределение исследуемых данных соответствует принятому. Результаты статистического анализа приведены в табл. 3. В таблице курсивом и фоном выделены наиболее достоверные варианты распределения результатов контроля знаний (распределения отметок – количества баллов, которыми были оценены знания учащихся). Как видно из таблицы, распределение отметок учащихся I курса (результаты входного контроля знаний перед началом учебы в ПТУЗ) подчиняется распределению Пуассона, а распределение отметок учащихся II курса (выходной контроль знаний после изучения соответствующего предмета в ПТУЗ) ряду распределений: Вейбулла – 11% от общего числа, нормальному – 22% и логарифмически нормальному – 67%. Таким образом, выделенные в табл. 3 варианты распределения являются наиболее общими статистическими моделями успеваемости учащихся ПТУЗ Харьковской области по различным предметам. Наиболее характерные варианты плотности вероятности распределения отметок, выставленных учащимся ПТУЗ по результатам областных проверочных работ, приведены на рис. 1 - рис. 4 (на рисунках обозначено: **k**- количество выставленных баллов, **f(k)** - плотность вероятности).

Построенные модели позволяют решать ряд задач, являющихся составной частью анализа деятельности педагогических коллективов ПТУЗ.

Определение успеваемости учащихся в любом диапазоне отметок

$$У = 100 \int_{k_1}^{k_2} f(k) dk, \%, \qquad (1)$$

где У - относительное количество учащихся, получивших отметки в диапазоне $k_1 \ldots k_2$, выраженное в %.

k_2 - верхнее значение анализируемого диапазона отметок;

k_1 - нижнее значение анализируемого диапазона отметок;

f(k) - плотность вероятности распределения отметок.

Из (1) могут быть получены показатели анализа успеваемости, традиционно используемые в настоящее время. Если принять $k_1 = 4$, $k_2 = 12$ - имеем показатель общей успеваемости, при $k_1 = 7$, $k_2 = 12$ - показатель качественной успеваемости [2, с. 93]. Выражение (1) позволяет также определить относительное количество учащихся, проявивших учебные достижения различного уровня: $k_1 = 1$, $k_2 = 3$ - низкого уровня; $k_1 = 4$, $k_2 = 6$ - среднего уровня; $k_1 = 7$, $k_2 = 9$ - достаточного уровня; $k_1 = 10$, $k_2 = 12$ - высокого уровня [5, с. 98]. Показатель "средний балл" может быть определен по выражениям, приведенным в табл. 4 (колонка "среднее значение"). Там же приведено выражение для дисперсии, используя которое можно оценивать разброс результатов контроля знаний.

Построенные модели позволяют анализировать различные тенденции изменения успеваемости:

а) одного и того же контингента учащихся в различные фазы обучения, например, входной и выходной контроль знаний в процессе изучения общеобразовательных дисциплин;

б) различных контингентов учащихся в одинаковые фазы обучения, например, после изучения определенного предмета.

Ранжирование результатов анализа может быть проведено по методике, описанной в [2, с. 81-94].

Выводы.

1. В работе показано, что распределение результатов контроля знаний учащихся ПТУЗ в общем случае отлично от нормального распределения.

2. Имеет место изменение вида распределения результатов контроля знаний в зависимости от фазы учебного процесса, в которой проводился контроль.

3. Использование материалов работы позволит расширить возможности и оптимизировать процедуру анализа успеваемости учащихся ПТУЗ.

4. Дальнейшие исследования целесообразно проводить в направлении накопления статистического материала и уточнения видов распределения результатов контроля знаний.

Список использованных источников.

1. Єрмола А.М. Технологія організації науково-методичної роботи з педагогічними кадрами: Навчальний посібник. – Харків: ТО "Гімназія", 1999. – 102 с.

2. Петков А.А., Аксенова В.Н. Анализ успеваемости учебной группы с использованием интегральной функции распределения результатов контроля знаний // Професійна освіта: теорія і практика. Науково-методичний журнал. №1-2 (15-16). 2002, - С. 81 – 94.

3. Северцев Н.А. Надежность сложных систем в эксплуатации и отработке. - М.: Высш. шк., 1989. - 432 с.

4. Таблицы по математической статистике / П. Мюллер, П. Нойман, Р. Шторм; Пер. с нем. и предисл. В. М. Ивановой. - М.: Финансы и статистика, 1982. - 278 с.

5. Васильев И.Б. Профессиональная педагогика: Конспект лекций для студентов инженерно-педагогических специальностей. - Харьков, 2003. - 151 с.

6. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике: Пер. с англ. - М. Наука, 1973. - 831 с.

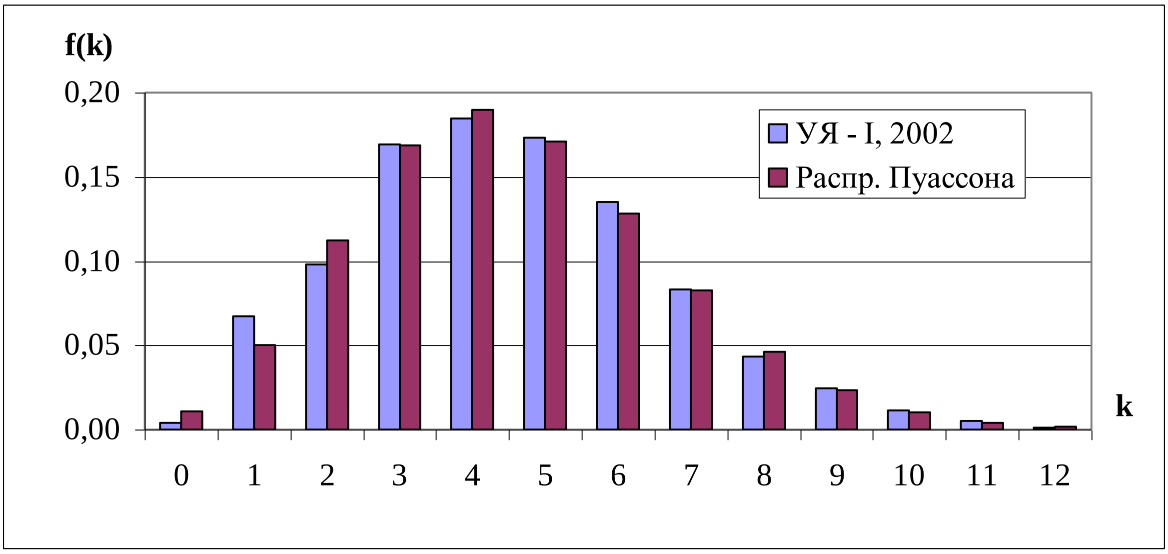
f(k)
0,20
0,15
0,10
0,05
0,00
УЯ - I, 2002
Распр. Пуассона
k
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

Рис. 1.

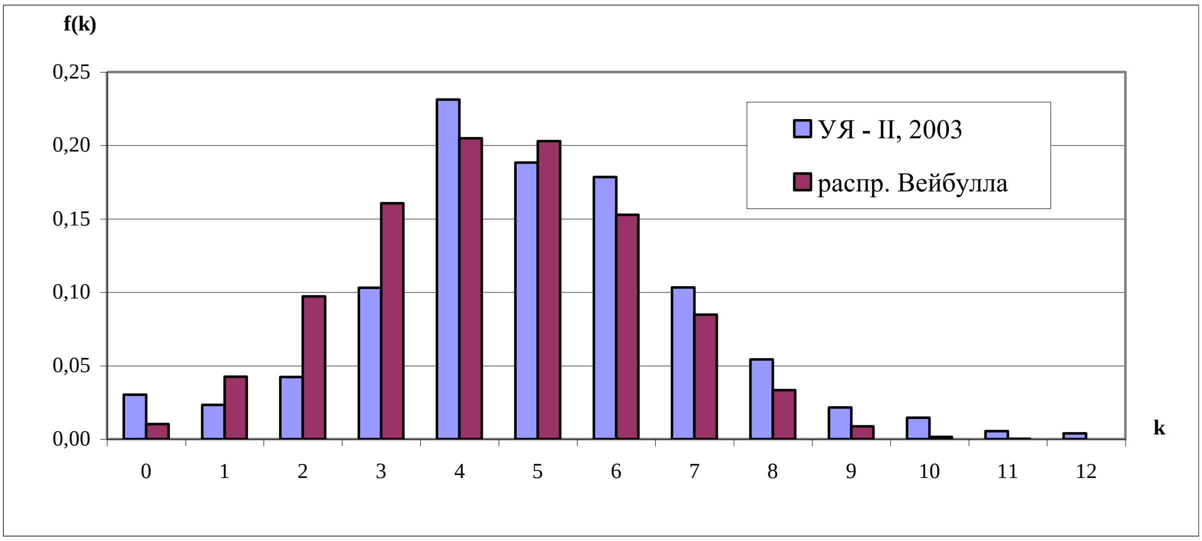
f(k)
0,25
0,20
0,15
0,10
0,05
0,00
УЯ - II, 2003
распр. Вейбулла
k
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

Рис. 2.

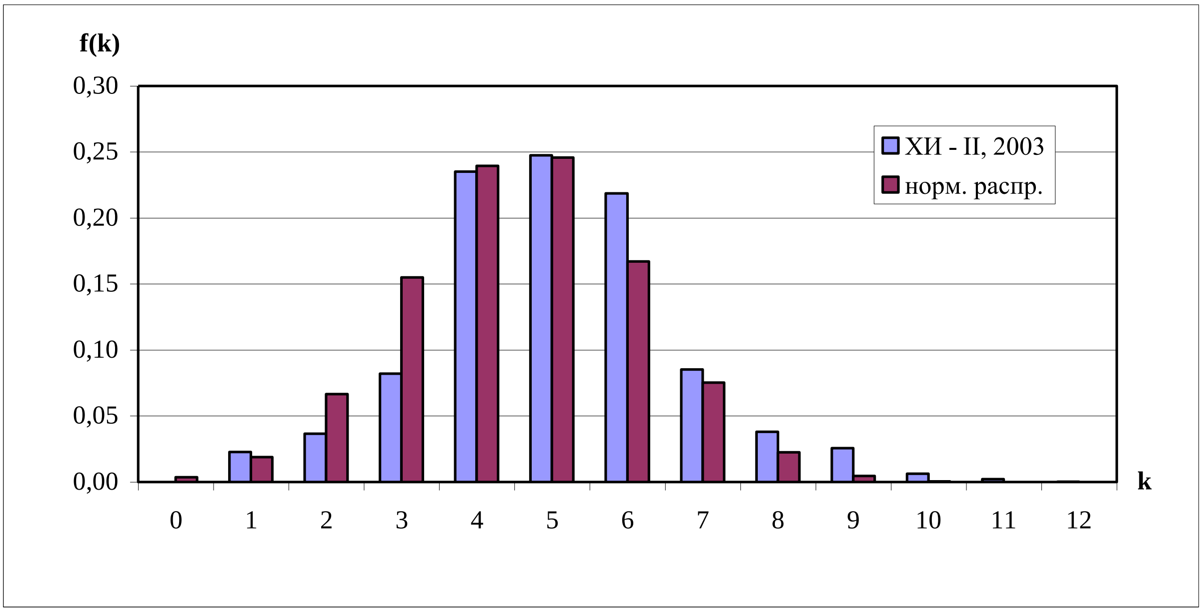
f(k)
0,30
0,25
0,20
0,15
0,10
0,05
0,00
ХИ - II, 2003
норм. распр.
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
k

Рис. 3.

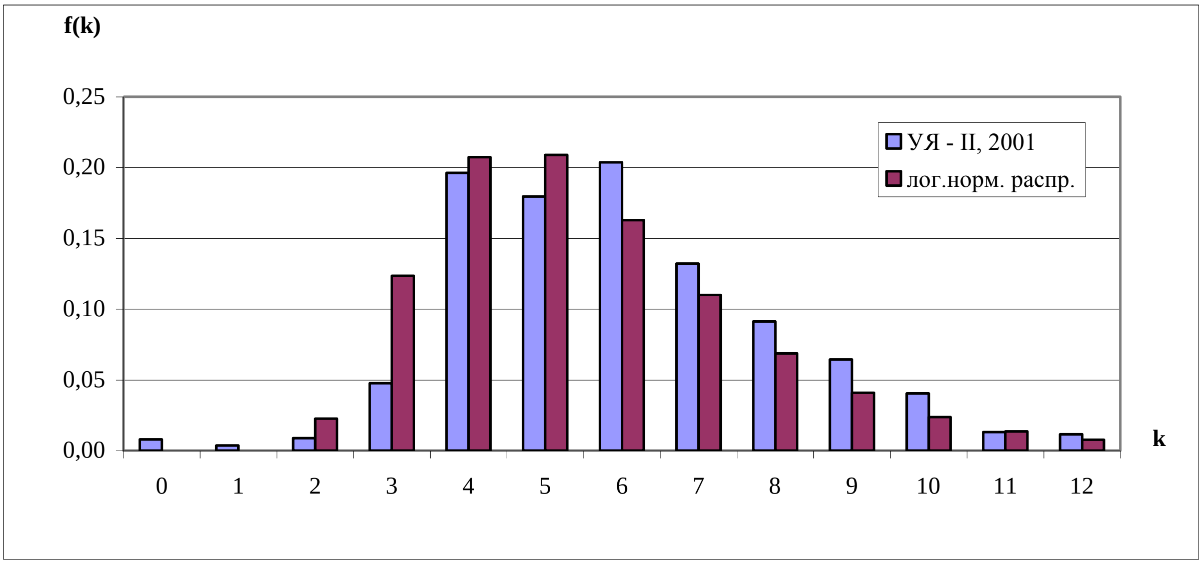
f(k)
0,25
0,20
0,15
0,10
0,05
0,00
УЯ - II, 2001
лог.норм. распр.
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
k

Рис. 4.

Таблица 1

Предмет	Курс	Год	Количество учащихся
Алгебра	I	2002	4 050
Геометрия	I	2002	3 791
Украинский язык и литература	I	2002	2 422
Алгебра	II	2002	3 598
Алгебра	II	2003	3 430
Геометрия	II	2002	3 445
Геометрия	II	2003	3 223
Физика	II	2003	3 113
Химия	II	2003	3 343
Украинский язык и литература	II	2001	2 753
Украинский язык и литература	II	2002	2 694
Украинский язык и литература	II	2003	3 097
Всего			38 959

Таблица 4

Вид распределения	Среднее значение	Дисперсия	Примечание
Нормальное	μ	σ^2	[3, с. 370 - 371]
Логарифмически нормальное	$e^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}}$	$e^{2\mu+\sigma^2}\left(e^{\sigma^2}-1\right)$	[3, с. 371 - 372]
Вейбулла	$\mu+\alpha\Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right)$	$\alpha^2\left\{\Gamma\left(\frac{2}{\beta}+1\right)-\left[\Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right)\right]^2\right\}$	[3, с. 377 - 379]
Пуассона	λ	λ	[3, с. 382]

Примечание. В таблице: α, β, μ, σ соответствуют обозначениям, принятым в табл. 2;

$\Gamma(x)=\int_0^\infty e^{-t}t^{x-1}dt$ - гамма функция [6, с. 377 - 379].

Таблица 2

Вид распределения	**Дифференциальная функция (плотность вероятности) распределения**	**Интегральная функция распределения**	**Примечание**
Нормальное	$\mathbf{f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}}$	$\mathbf{F(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}\exp\left\{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}dy}$	[3, с. 370 - 371]
Логарифмически нормальное	для $\mathbf{x>0}$ $\mathbf{f(x)=\frac{1}{\sigma x\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}}$, **в противном случае** $\mathbf{f(x)=0}$	для $\mathbf{x>0}$ $\mathbf{F(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{x}\frac{1}{y}\exp\left\{-\frac{(\ln y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}dy}$, **в противном случае** $\mathbf{F(x)=0}$	[3, с. 371 - 372]
Вейбулла	для $\mathbf{x\geq\mu}$ $\mathbf{f(x)=\frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{x-\mu}{\alpha}\right)^{\beta-1}\exp\left\{-\left(\frac{x-\mu}{\alpha}\right)^{\beta}\right\}}$, для $\mathbf{x<\mu}$ $\mathbf{f(x)=0}$	для $\mathbf{x\geq\mu}$ $\mathbf{F(x)=1-\exp\left\{-\left(\frac{x-\mu}{\alpha}\right)^{\beta}\right\}}$, для $\mathbf{x<\mu}$ $\mathbf{F(x)=0}$	[3, с. 377 - 379]
Пуассона	$\mathbf{p(x)=\frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}}$, $\mathbf{x=0, 1, 2, ...}$	$\mathbf{F(x)=\sum_{k=0}^{x}\lambda^k e^{-\lambda/k!}}$	[3, с. 382]

Таблица 3

Предмет-курс, год	Вид распределения											
	нормальное			логарифмически нормальное			Вейбулла				Пуассона	
	параметры		уровень значимости	параметры		уровень значимости	параметр масштаба	параметр формы	параметр положения	уровень значимости	параметр	уровень значимости
	μ	σ	α	μ	σ	α	α	β	μ	α	λ	α
АЛ - I, 2002	2,69	1,65	0,0001	-	-	-	-	-	-	-	***3,27***	***0,01***
ГЕ - I, 2002	3,01	1,7	0,002	-	-	-	5,963	3,113	-2,25	0,00005	***3,54***	***0,1***
УЯ - I, 2002	4,04	2,22	0,02	-	-	-	***6,93***	***3,37***	***-2,25***	***0,2***	***4,5***	***0,2***
АЛ - II, 2002	4,46	1,66	0,00005	***1,443***	***0,371***	***0,02***	-	-	-	-	-	-
АЛ - II, 2003	***4,435***	***1,717***	***0,01***	1,43	0,41	0,002	-	-	-	-	-	-
ГЕ - II, 2002	-	-	-	***1,405***	***0,318***	***0,02***	-	-	-	-	-	-
ГЕ - II, 2003	-	-	-	***1,391***	***0,388***	***0,001***	-	-	-	-	-	-
ФИ - II, 2003	4,495	1,806	0,00005	***1,465***	***0,408***	***0,02***	-	-	-	-	-	-
ХИ - II, 2003	***4,561***	***1,561***	***0,1***	-	-	-	6,058	3,962	-0,928	0,02	-	-
УЯ - II, 2001	5,44	1,94	0,001	***1,647***	***0,38***	***0,2***	-	-	-	-	-	-
УЯ - II, 2002	5,04	1,63	0,005	***1,584***	***0,359***	***0,05***	7,072	4,536	-1,45	0,0001	-	-
УЯ - II, 2003	4,408	1,833	0,05	-	-	-	***6,298***	***3,44***	***-1,236***	***0,02***	-	-

Примечание. В первой колонке таблицы обозначено: АЛ - алгебра; ГЕ - геометрия; ФИ - физика; ХИ - химия; УЯ - украинский язык и литература; I - первый курс (результаты контроля знаний перед началом учебы в ПТУЗ); II - второй курс (результаты контроля знаний по окончанию изучения соответствующего предмета в ПТУЗ).